

## 6<sup>ème</sup> - 5<sup>ème</sup> Géométrie de base

**Notation** : On note un point à l'aide d'une croix pour indiquer le lieu et d'une lettre MAJUSCULE à côté pour indiquer son nom

**Attention** : Une MÊME lettre ne peut désigner qu'un SEUL point

### I) Droites – demi-droites

#### 1) Droites :

##### Définitions :

1) Une droite est l'ensemble des points placés sur une ligne droite

2) on code une droite à l'aide :

- d'une lettre minuscule entre parenthèse ( d )
- ou de deux lettres majuscules qui sont des points de la droite (AB)
- ou de deux lettres minuscules qui indiquent les directions (x y)

3) une droite est illimitée même si sur le papier on l'arrête

4) **Notation** : **M appartient à la droite** (AB) est noté :  $M \in [AB]$   
s'il n'appartient pas à la droite (AB) on le note :  $M \notin [AB]$

##### Propriétés :

1) Par un point passe une infinité de droites

2) Par deux points ne passe qu'une seule droite

3) Par trois points : **cas 1** cela forme un triangle  
**cas 2: alignement**

Si trois points sont alignés alors ils appartiennent à la même droite

Si trois points appartiennent à la même droite alors ils sont alignés

#### 2) Demi-droites :

##### Définitions :

1) Une demi-droite est une partie d'une droite délimitée par un point appelé origine de cette demi-droite

2) on code une demi-droite à l'aide d'un crochet (origine de la demi-droite) et d'une parenthèse [AB) ou [Ax)

3) une demi-droite est illimitée d'un côté

### II) Segment

##### Définitions :

1) Un segment [AB] est l'ensemble des points situés sur la ligne droite joignant le point A au point B

2) Les **extrémités** d'un segment sont les points A et B

3) on peut parler indifféremment du segment [AB] ou [BA]

4) La **longueur** d'un segment [AB] est la distance entre les points A et B on la note : AB (sans crochet). Les deux segments [AB] et [CD] sont de même longueur on écrira :  $AB = CD$

On écrit sur un **dessin l'égalité de longueur** à l'aide de "petits traits"

5) Le point I est le **milieu** du segment [AB] signifie que I est situé à égale distance de A et de B **et** I appartient au segment [AB]

**Vocabulaire** : Le verbe **signifier** en mathématique permet de lire dans les deux sens la définition ou la propriété, pour la définition 5 :

##### Dans un sens

Si on sait que I est le milieu de [AB] alors on pourra en conclure que : I est à égale distance de a et de B (  $IA = IB$  ) **Et** que I est un point du segment [AB]

##### Inversement :

Si on a deux renseignements sur I, à savoir : I est un point de [AB] **Et** I est à égale distance de A et de B (ou  $IA = IB$ ) **Alors on pourra en conclure que I est le milieu de [AB]**

**Propriété 1** : milieu d'un segment

Si I est le milieu du segment [MN] alors AI et BI sont égaux à AB divisé par 2,  $AI = BI = AB : 2$   
cette propriété permet de calculer une distance

**Propriété** : Somme de longueur :

Si M est un point du segment [BC] alors  $BC = BM + MC$

cette propriété permet aussi de calculer une distance

### III) Cercles

#### Définitions :

1) un **cercle**  $\mathcal{C}$  de **centre** I et de **rayon** r est l'ensemble des points situés à une distance r de I

on le note :  $\mathcal{C} (I ; r)$

2) un **arc de cercle** est une partie du cercle délimitée par 2 points de ce cercle

Le petit arc AB se note  $\widehat{AB}$  et le grand arc  $\overline{AB}$

3) une **corde** est un segment joignant deux points du cercle

4) un **rayon** peut-être défini de deux façons

- la distance entre le centre et un point du cercle: OA on dira : **le** rayon OA
- un segment d'extrémités le centre et un point **du cercle**: [AB] on dira : **un** rayon [OA]

5) un **diamètre** est une corde passant par le centre du cercle

[AB] est **un** diamètre de  $\mathcal{C}$  , AB est **le** diamètre de  $\mathcal{C}$  ( on parle de la distance)

6) La **tangente au cercle**  $\mathcal{C} (I ; r)$  en un point A est la droite perpendiculaire à (AI) passant par A

**Propriétés** : des points d'un cercle

1) Si A est un point du cercle  $\mathcal{C} (I ; r)$  alors  $IA = r$

2) Si  $IB = r$  alors B est un point du cercle  $\mathcal{C} (I ; r)$

### IV) Droites particulières

#### 1) Droites sécantes – concourantes

**Définitions** : On dit que :

1) 2 droites sont **sécantes** lorsqu'elles ont un seul point en commun

**Vocabulaire** :

- les droites (d) et (d') sont sécantes ou se coupent en A
  - A s'appelle le point d'intersection des droites (d) et (d')
- 2) Si on a plus de 2 droites, 3 ou plus quand ces 3 droites ont un point en commun, on dit qu'elles sont **concourantes**

#### 2) Droites : parallèles et perpendiculaires ...

##### 1°) Définitions

1) 2 droites sont **perpendiculaires** lorsqu'elles se coupent en formant un angle droit

**Notation** : (d)  $\perp$  (d')

2) 2 droites sont **parallèles** lorsqu'elles n'ont aucun point en commun

3) 2 droites sont **confondues** lorsqu'elles ont au moins deux points en commun (en fait elles ont tous leurs points en commun)

##### 2°) Propriétés

**Propriété 1**: perpendiculaires et parallèles

1) Si deux droites (d2) et (d3) sont perpendiculaires à une même droite (d1) alors les droites (d2) et (d3) sont parallèles

2) Si deux droites (d1) et (d2) sont parallèles et si une droite (d3) est perpendiculaire à (d1) alors la droite (d3) est perpendiculaire à (d2)

**Propriété 2**: parallèles

Si deux droites (d1) et (d2) sont parallèles et si une droite (d3) est parallèle à (d1) alors la droite (d3) est parallèle à (d2)

## 6<sup>ème</sup> - 5<sup>ème</sup> Triangles

### 1) Vocabulaire

**Définitions :** un **triangle ABC** est défini par trois points A, B et C non alignés

- Les sommets du triangle sont les points A, B et C
- Les côtés du triangle sont les segments [AB], [BC] et [AC]
- Le sommet opposé au côté [AB] est C
- Le segment [AB] est le segment opposé au sommet C

Remarque : On ne peut construire un triangle que si la longueur du plus grand côté est inférieure à la somme des deux autres côtés

### Inégalité triangulaire

1) Dans un triangle, **la longueur d'un côté** est toujours **inférieure** à **la somme des longueurs des deux autres côtés**. **Avec des lettres :** Dans ABC :  $AB < AC + CB$  ;  $AC < AB + BC$  ;  $BC < BA + AC$

2) **Cas d'égalité :** Lorsqu'il y a égalité, les trois points sont alignés.

**Avec des lettres :** Dans un triangle ABC si on a  $AB = AC + CB$  alors C est un point de [AB]

**Propriété:** La **somme des mesures des angles** d'un triangle est égale à  $180^\circ$

### Droites particulières

1) Dans un triangle, **la médiane issue d'un sommet** est la droite qui passe par ce sommet et par le milieu du côté opposé.

2) Dans un triangle, **la hauteur issue d'un sommet** est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé. Le point d'intersection entre la hauteur et le côté est appelé  **pied de la hauteur**

3) La **médiatrice d'un segment** est la droite **perpendiculaire** à ce segment passant par **son milieu**

### Propriété (médiatrices d'un triangle):

Les médiatrices des trois côtés d'un triangle sont **concourantes**. (Elles ont un point en commun)

1) Le point de concours des 3 médiatrices d'un triangle est appelé **le centre du cercle circonscrit au triangle**.

2) Le **cercle circonscrit** à un triangle est le cercle passant par les 3 sommets du triangle

### 2) Triangle isocèle

**Définition :** un **triangle isocèle** est un triangle qui a **deux côtés** de même longueur

#### Compréhension de la définition:

1) Si un triangle ABC a deux côtés [BC] et [AC] de même longueur alors ABC est isocèle **en C**

2) Si un triangle ABC est isocèle **en B** alors les deux côtés [BC] et [AC] de même longueur

**Propriété :** un triangle **isocèle** est un triangle qui a **deux angles de même mesure**, on les appelle les angles à la base

### 3) Triangle équilatéral

**Définition :** un **triangle équilatéral** est un triangle qui a **trois côtés** de même longueur

#### Compréhension de la définition:

1) Si un triangle ABC a trois côtés [AB],[BC] et [AC] de même longueur alors ABC est équilatéral

2) Si un triangle ABC est équilatéral alors les trois côtés [AB], [BC] et [AC] de même longueur

**Propriété :** Un **triangle est équilatéral** est un triangle qui a **trois angles** de même mesure ( $60^\circ$ )

### 4) Triangle rectangle

**Définition :** un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit

**Propriété :** un triangle **rectangle** est un triangle qui a un angle droit et **deux angles aigus**

## 6<sup>ème</sup> - 5<sup>ème</sup> Quadrilatères

### 1) Définitions :

- un **quadrilatère ABCD** est défini par quatre points A, B, C et D non alignés
- Les sommets du quadrilatères sont les points A, B, C et D
- Les côtés du quadrilatères sont les segments [AB], [BC], [CD] et [AD]
- Les sommets opposé sont A et C d'une part et B et D d'autre part
- Les sommets consécutifs sont par exemple A et B
- Les côtés opposés sont [AB] et [CD] d'une part et [BC] et [AD] d'autre part
- Les diagonales de ABCD sont [AC] et (BD)

### 2) Losange

**Définition :** un **losange** est un quadrilatère qui a **quatre côtés de même longueur**

#### **Propriété 1**

**Un losange a :**

Centre et axes  
de symétrie

- \* un centre de symétrie, le point d'intersection des diagonales
- \* 2 axes de symétrie, ses diagonales.

#### **Propriété 2 : Si on a un losange**

- Si on a un losange alors ses côtés opposés sont parallèles
- Si on a un losange alors c'est un parallélogramme.
- Si on a un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires
- Si on a un losange alors ses diagonales ont même milieu

#### **Propriété 3 : reconnaître un losange**

- Si un parallélogramme a 2 côtés consécutifs égaux alors c'est un losange.
- Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange
- Si les diagonales d'un quadrilatère ont même milieu et sont perpendiculaires alors c'est un losange

### 3) Parallélogramme

**Définition:** Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles 2 à 2

#### **a) Centre de symétrie**

**Propriété 1 :** Si on a un parallélogramme alors son centre de symétrie est le point d'intersection des diagonales

**Définition:** L'intersection des diagonales d'un parallélogramme est appelé centre du parallélogramme

#### **b) Diagonales**

**Propriété 2 :** Si on a un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu

#### **c) Reconnaître un parallélogramme**

**Propriété 3 :** Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme

**Propriété 4 :** Si on a un parallélogramme alors ses côtés opposés ont même mesure

**Propriété 5 :** Si on a un parallélogramme alors ses angles opposés ont même mesure

**Propriété 6 :** Si un quadrilatère a ses angles opposés de même mesure alors c'est un parallélogramme

**Propriété 7 :** Si un quadrilatère a 2 côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme

**Propriété 8 :** Si un quadrilatère a ses côtés opposés 2 à 2 de même longueur alors c'est un parallélogramme

#### 4) Rectangle

**Définition :** un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits

**Propriété :** Si un quadrilatère a 3 angles droits alors le quatrième est droit, c'est donc un rectangle

##### **Propriété 1**

**Un rectangle a :**

Centre et axes  
de symétrie

- \* un centre de symétrie, le point d'intersection des diagonales
- \* 2 axes de symétrie, les médiatrices des côtés opposés.

##### **Propriété 2 : Si on a un rectangle**

- a) Si on a un rectangle alors ses côtés opposés sont parallèles
- b) Si on a un rectangle alors c'est un parallélogramme.
- c) Si on a un rectangle alors ses côtés opposés sont de même longueur
- d) Si on a un rectangle alors ses diagonales ont la même longueur
- e) Si on a un rectangle alors ses diagonales ont même milieu

##### **Propriété 3 : reconnaître un rectangle**

- a) Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.
- b) Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle
- c) Si les diagonales d'un quadrilatère ont même milieu et même longueur alors c'est un rectangle
- d) Si un quadrilatère a 3 angles droits alors c'est un rectangle

#### 5) Carré

**Définition** Un carré est un quadrilatère qui a 4 angles droits et 4 côtés de même longueur

##### **Propriété 1**

**Un carré a :**

Centre et axes  
de symétrie

- \* un centre de symétrie, le point d'intersection des diagonales
- \* 4 axes de symétrie

**Propriété 2:** Un carré est à la fois un losange et un rectangle il a donc toutes les propriétés  
De ces deux figures

##### **Propriété 3 : reconnaître un carré**

- a) Si un parallélogramme a 2 côtés consécutifs égaux et un angle droit alors c'est un carré.
- b) Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur alors c'est un carré
- c) Si un losange a un angle droit alors c'est un carré
- d) Si un rectangle a 2 côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré
- e) Si les diagonales d'un quadrilatère ont même milieu, sont perpendiculaires et de même longueur alors c'est un carré

## 6<sup>ème</sup> - 5<sup>ème</sup> Angles

**Définition :** un **angle** est une partie du plan délimitée par deux demi droites de même origine

### Vocabulaire

- On parle de l'angle  $\widehat{xAy}$  ou de  $\widehat{BAC}$
- A (deuxième lettre) s'appelle le **sommet** de l'angle
- Les **côtés** de l'angle sont notés : [Ax) ou [AB) (demi-droites)  
[Ay) ou [AC) (demi-droites)

### Définitions :

- 1) On mesure un **angle** avec un rapporteur, l'unité est le **degré**, on va de **0° à 360°**
- 2) Un **angle nul** est un angle dont la mesure est égale à 0°
- 3) Un **angle aigu** est un angle dont la mesure est inférieure à 90°
- 4) Un **angle droit** est un angle dont la mesure est égale à 90°
- 5) Un **angle obtus** est un angle dont la mesure est comprise entre 90° et 180°
- 6) un **angle plat** est un angle dont la mesure est 180°
- 7) Un **angle plein** est un angle dont la mesure est égale à 360°
- 8) un **angle saillant** est un angle dont la mesure est comprise entre 0° et 180°: notation :  $\widehat{ABC}$
- 9) un **angle rentrant** est un angle dont la mesure est comprise entre 180° et 360°: notation :  $\overset{\vee}{\widehat{ABC}}$

**Définition :** Deux angles sont adjacents s'ils ont :

- un sommet commun
- un côté commun
- les deux autres côtés situés de part et d'autre du côté commun

**Propriétés :** des angles adjacents

Si les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{CBD}$  sont adjacents alors  $\widehat{ABD} = \widehat{ABC} + \widehat{CBD}$

**Définition :** La **bissectrice** d'un angle est la droite qui partage l'angle en deux angles égaux

### 1) Angles supplémentaires et complémentaires

#### Définitions

1) **Deux angles complémentaires** sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 90°.

**Remarque :** Deux angles complémentaires et adjacents forment un angle droit.

*Cette méthode peut donc être utilisée pour montrer que deux droites sont perpendiculaires.*

2) **Deux angles supplémentaires** sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 180°.

**Propriété 1:** Si on a un triangle rectangle alors les angles aigus sont complémentaires

#### 2) Angles adjacents – opposés par le sommet

#### Définitions :

1) **Deux angles adjacents** sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

2) **Deux angles opposés par le sommet** sont deux angles qui ont un sommet commun et les côtés de l'un sont dans le prolongement des côtés de l'autre

#### Propriétés :

1) Si 2 angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{CBD}$  sont adjacents alors  $\widehat{ABC} + \widehat{CBD} = \widehat{ABD}$

2) Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure

### 3) Deux droites et une sécante

#### Définitions :

1) Lorsque 2 droites sont coupées par une sécante, dire que **2 angles non adjacents sont alternes-internes** signifie qu'ils sont situés :

- \* de part et d'autre de la sécante (d'un côté et de l'autre)
- \* à l'intérieur des deux droites

2) Lorsque 2 droites sont coupées par une sécante, dire que **2 angles non adjacents sont correspondants** signifie qu'ils sont situés :

- \* du même côté de la sécante
- \* l'un à l'intérieur des deux droites et l'autre à l'extérieur

### 4) Parallèles et angles

#### Propriétés:

1) Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante **alors les angles alternes internes sont égaux**

2) Si deux angles alternes internes (définis par 2 droites et une sécante) sont égaux **alors les deux droites sont parallèles**

3) Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante **alors les angles correspondants sont égaux**

4) Si deux angles correspondants (définis par 2 droites et une sécante) sont égaux **alors les deux droites sont parallèles**

## 6<sup>ème</sup> Symétrie axiale

### I) Définition

#### Définition :

- 1) deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) signifie que (d) est la médiatrice du segment [AA']
- 2) Si le point A appartient à la droite (d) son symétrique est A (lui-même)

### II) Figures

- Propriétés :
- 1) Le symétrique d'un segment est un segment
  - 2) Le symétrique d'une droite est une droite
  - 3) Le symétrique d'une demi-droite est une demi-droite
  - 4) Le symétrique d'un cercle est un cercle

### III) Conservation

#### 1) Des longueurs

Propriété : conservation des longueurs

1) Si [A'B'] est le symétrique du segment [AB] par rapport à une droite (d) alors les deux segments ont la même longueur :  $AB = A'B'$

2) Cercle : Si  $\mathcal{C}'$  est le symétrique du cercle  $\mathcal{C}(O,r)$  par rapport à une droite (d) alors  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  ont le même rayon

#### 2) Des angles

Propriété : conservation des angles

Si deux angles sont symétriques par rapport à une droite (d) alors les deux angles ont la même mesure

Propriété : alignement

Si 3 points A, B et C sont alignés et si A', B' et C' sont leurs images par la symétrie par rapport à une droite (d) alors les 3 points A', B' et C' sont alignés

### IV) Axe de symétrie

Définition : deux figures  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{F}'$  sont symétriques par rapport à une droite (d) signifie que le symétrique de  $\mathcal{F}'$  est  $\mathcal{F}$

- 1) Cercle : Toute droite passant par le centre du cercle est un axe de symétrie
- 2) Segment : Le segment [AB] a 2 axes de symétrie, la droite (AB), la médiatrice de [AB]
- 3) Angle : L'angle a pour axe de symétrie sa bissectrice la droite (AB)
- 4) Propriété de la médiatrice d'un segment

longueur: Si M est un point de la médiatrice de [AB] alors M est à équidistant des extrémités de [AB]

médiatrice: Si M est un point à égale distance des extrémités d'un segment [AB] alors M est un point de la médiatrice de [AB]

### V) Symétrie axiale – figures

#### 1) Triangle isocèle

Propriété :

a) Si un triangle est isocèle alors la droite passant par le sommet principal et le milieu de la base est la médiatrice de la base

b) Dans un triangle isocèle la médiatrice de la base est l'axe de symétrie de ce triangle

Dans un triangle isocèle la droite passant par le sommet principal et le milieu de la base est : la bissectrice de l'angle au sommet principal, la hauteur issue du sommet principal ou relative à la base

## 2) Triangle équilatéral

### Propriété 1 :

- 1) Si un triangle est équilatéral alors la droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé est la médiatrice de ce côté
- 2) Dans un triangle équilatéral les médiatrices des côtés sont les axes de symétrie de ce triangle
- 3) Dans un triangle équilatéral la droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé est :
  1. la bissectrice de l'angle
  2. la hauteur issue de ce sommet  
ou relative au côté opposé à ce sommet

## 3) Cerf-volant

**Définition :** Un quadrilatère est un « cerf-volant » si une de ses diagonales est un axe de symétrie

**Propriété 1 :** Si un quadrilatère est un « cerf-volant » alors ses diagonales sont perpendiculaires et leur point d'intersection est le milieu de l'une d'elles

## 4) Losange

**Propriété 1 :** Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont les axes de symétrie

**Propriété 2 :** milieu - angles

Si un quadrilatère est un losange alors :

- \* Ses diagonales sont perpendiculaires, se coupent en leur milieu et sont les bissectrices des angles
- \* Les angles opposés sont égaux

## 5) Rectangle

**Propriété 1 :** Si un quadrilatère est un rectangle alors les médiatrices des côtés sont les axes de symétrie

**Propriété 2 :** milieu - longueur

Si un quadrilatère est un rectangle alors :

- 1 : Ses diagonales ont la même longueur et se coupent en leur milieu
- 2 : Les côtés opposés sont de même longueur

## 6) carré

**Propriété 1 :** Si un quadrilatère est un carré alors ses diagonales et les médiatrices des côtés sont les axes de symétrie

**Propriété 2 :** milieu – angles - longueur

Si un quadrilatère est un carré alors ses diagonales sont perpendiculaires, se coupent en leur milieu et sont les bissectrices des angles

## 5<sup>ème</sup> Symétrie centrale

### I) Figures symétriques par rapport à un point

**Définition :** Deux figures sont symétriques par rapport à un point O signifie qu'elles se superposent par un demi-tour autour du point O

**Propriété de conservation :** Deux figures sont symétriques par rapport au point O, ont les mêmes dimensions, les mêmes mesures d'angles et les mêmes aires

### II) Points symétriques

**Définition :** Deux points A et B sont symétriques par rapport à un point I signifie que I est le milieu de [AB].

« Signifie » veut dire que la définition se lit dans les deux sens

**Remarque :** Le symétrique du point I par rapport à I est lui-même, on dit que I est invariant

### III) Construction

**1) Symétrique d'un point** Il suffit de construire un milieu

#### **2) Symétrique d'un segment, droite, demi-droite, angle**

1) Pour construire le **symétrique d'une droite** par rapport à un point, on choisit deux points sur la droite et on construit leurs symétriques. On trace ensuite la droite passant par ces deux points.

2) Pour construire le **symétrique d'une demi-droite** par rapport à un point, on choisit un point sur la demi-droite et on construit son symétrique. On construit le symétrique de l'extrémité de la demi-droite. On trace ensuite la demi-droite passant par ces deux points.

3) Pour construire le **symétrique d'un angle** par rapport à un point O, on construit les symétriques des demi-droites [BA) et [BC) par rapport à O. On trace ensuite les demi-droites symétriques.

#### **3) Symétrique d'un cercle**

Pour construire le **symétrique d'un cercle** par rapport à un point on construit le symétrique de son centre et on trace un cercle de même rayon

**Remarque** : Pour un arc de cercle, on construit les symétriques du centre et des extrémités de l'arc puis on trace l'arc de cercle de même rayon.

### IV) Propriétés

**Propriété 1** : Conservation des longueurs

Si le segment [AB] a pour symétrique le segment [A'B'] par rapport à un point O alors les deux segments [AB] et [A'B'] sont de même longueur {  $AB = A'B'$  }

**Propriété 2** : Parallélisme

Si la droite (d) a pour symétrique la droite (d') par rapport à un point O alors les deux droites (d) et (d') sont parallèles {  $(d) // (d')$  }

**Propriété 3** : Alignement

Si trois points A, B et C alignés ont pour symétriques les trois points A', B' et C' par rapport à un point O alors les trois points A', B' et C' sont alignés

Grâce aux propriétés 1 et 3 on peut énoncer une propriété bien utile dans les exercices

**Propriété 4** : Milieu

Si I est le milieu d'un segment [AB] et si [A'B'] est le symétrique de [AB] par rapport à un point O alors le symétrique de I par rapport à O est I' milieu de [A'B']

**Propriété 5** : Conservation des angles

Si l'angle  $\widehat{ABC}$  a pour symétrique l'angle  $\widehat{A'B'C'}$  par rapport à un point O alors les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{A'B'C'}$  ont même mesure

### IV) Centre de symétrie

**Définition** Un point O est le centre de symétrie d'une figure signifie que le symétrique de cette figure est elle-même.

**Comment trouver un centre de symétrie**

- 1) Rechercher les droites ou les côtés parallèles de la figure (propriété de parallélisme)
- 2) Vérifier que les segments supposés symétriques soient de même longueur (conservation des longueurs)
- 3) Vérifier que les angles supposés symétriques soient de même mesure (conservation des angles)
- 4) Trouver le centre de symétrie grâce à la définition (milieu)
- 5) Vérifier que ce centre de symétrie est valable pour les autres points de la figure

**Propriété** :

- 1) Le rectangle, le carré et le losange ont un centre de symétrie l'intersection de ses diagonales
- 2) Les triangles n'ont pas de centre de symétrie
- 3) Le cercle a son centre de symétrie

## Comment rédiger une démonstration en 4 étapes

On peut demander de Montrer, Démontrer, Prouver, Expliquer, Justifier

1 Prouvons que ... (réponse à la question posée)

2 Il faut **trouver dans le cours** de cette année ou des précédentes la propriété ou la définition permettant de répondre à la question posée. Ce qui figure après le « alors » doit être en accord avec la réponse à la question et vous guider pour faire le bon choix.

Il est préférable d'utiliser la propriété en général sans mettre les lettres de l'exercice.

Propriété 1 : Si ..... alors .....

3 Vérification des renseignements nécessaires, tout ce qui figure entre le « Si » et le « alors » de la propriété que l'on a choisie et **uniquement** cette partie. Il suffit de reprendre la propriété en transformant le « si » en « on sait ... » et trouver les lettres correspondant à l'exercice traité.

On sait « d'après le texte », « d'après le dessin » s'il est fourni, « d'après les questions précédentes » que .....

4 Conclusion, tout ce qui figure après le « alors ». Il suffit de reprendre la propriété en transformant le « alors » en « donc d'après la propriété » et trouver les lettres correspondant à l'exercice traité

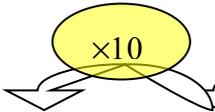
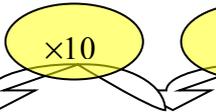
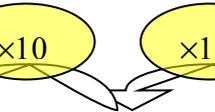
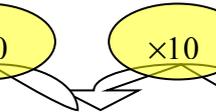
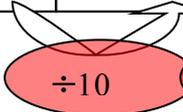
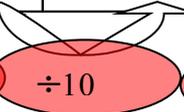
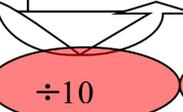
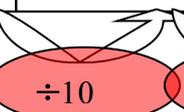
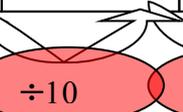
donc d'après la propriété 1 .....

Pour ne pas se tromper dans les lettres, il suffit de les placer celles de l'exercice sous celles de la définition ou de la propriété générale utilisée, on s'aperçoit ainsi plus vite des erreurs éventuelles.

## 6<sup>ème</sup> Aires et périmètres

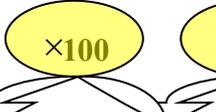
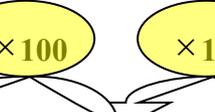
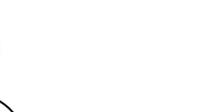
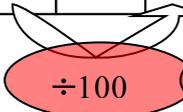
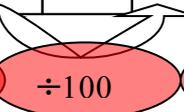
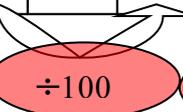
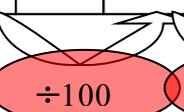
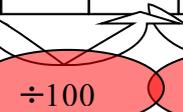
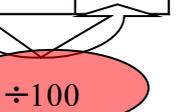
**Définition 1** : Le périmètre d'une figure est la mesure du tour de cette figure

**Tableau de conversion des unités de périmètre :**

|   |           |   |          |   |           |  |  |   |  |   |  |
|---|-----------|---|----------|---|-----------|--|--|---|--|---|--|
|  |           |  |          |  |           |  |  |  |  |  |  |
| <b>km</b>   | <b>Hm</b> | <b>dam</b>  | <b>m</b> | <b>dm</b>   | <b>cm</b> | <b>mm</b>  |  |   |  |   |  |
| 0   | 0         | 2   | 5        | 7   | 0         | 0  |  |   |  |   |  |
|  |           |  |          |  |           |  |  |  |  |  |  |

D'après le tableau : Ex : 25,7 m = 257 dm = 0,257 hm = 2570 cm = 25700 mm

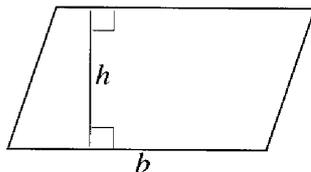
**Tableau de conversion des unités d'aires :**

|   |   |                       |   |                        |   |   |   |                       |  |                       |   |   |  |  |   |  |  |
|---|---|-----------------------|---|------------------------|---|---|---|-----------------------|--|-----------------------|---|---|--|--|---|--|--|
|    |   |                       |    |                        |   |    |   |                       |    |                       |   |    |  |  |    |  |  |
| <b>km<sup>2</sup></b>   |   | <b>hm<sup>2</sup></b> |   | <b>dam<sup>2</sup></b> |   | <b>m<sup>2</sup></b>  |   | <b>dm<sup>2</sup></b> |  | <b>cm<sup>2</sup></b> |   | <b>mm<sup>2</sup></b>   |  |  |   |  |  |
| 0   | 0 | 0                     | 1   | 2                      | 5 | 6   | 7 | 3                     | 0  | 0                     | 0 | 0   |  |  |   |  |  |
|  |   |                       |  |                        |   |  |   |                       |  |                       |   |  |  |  |  |  |  |

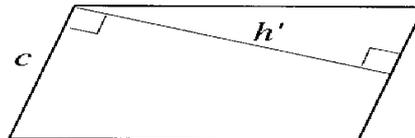
D'après le tableau : 0,00125673 km<sup>2</sup>=12,5673 dam<sup>2</sup>=1256,73 m<sup>2</sup>=125673 dm<sup>2</sup>

### • Formulaire

- 1) Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est  $\mathcal{P} = 2 \times (L + l)$ , son aire est  $\mathcal{A} = L \times l$
- 2) Le périmètre d'un carré de côté c est  $\mathcal{P} = 4 \times c$  et son aire est  $\mathcal{A} = c \times c = c^2$
- 3) Le périmètre d'un losange de côté c est  $\mathcal{P} = 4 \times c$  et son aire est  $\mathcal{A} = c \times c = c^2$
- 4) L'aire d'un triangle rectangle est  $\mathcal{A} = c_1 \times c_2$  où c1 et c2 sont les côtés de l'angle droit
- 5) L'aire d'un triangle quelconque est égale à :  $\frac{\text{côté} \times \text{hauteur relative au côté}}{2}$
- 6) L'aire d'un parallélogramme est égale à :



$$\mathcal{A} = b \times h$$



$$\mathcal{A} = c \times h'$$

7) Le périmètre d'un cercle de rayon r est égale à :  $2 \times \pi \times r$

8) L'aire d'un disque de rayon r est égale :  $\pi r^2$

## 6<sup>ème</sup> Volumes – Parallélépipède – Prismes - Cylindres

### I) Parallélépipède (pavé) – Cube

#### 1) Définitions

**Définition** : Un parallélépipède est un solide qui a six faces rectangulaires

**Description** : Un parallélépipède a :

- 1) 6 faces rectangulaires 2 à 2 superposables
- 2) 8 sommets, chaque sommet est commun à 3 arêtes
- 3) 12 arêtes, une arête est le côté commun à 2 faces

**Cas particulier** : Le cube est un parallélépipède particulier

#### 2) Vue en perspective

**Règles** :

- 1) Les arêtes parallèles dans la réalité sont représentées par des segments parallèles
- 2) Les arêtes de même longueur dans la réalité sont représentées par des segments de même longueur
- 3) Les mesures des angles dans la réalité ne sont pas forcément les mêmes dans la vue en perspective
- 4) Les arêtes invisibles doivent être dessinées en pointillés

#### 3) Patron

**Définition** : Le patron d'un volume est un dessin qui permet après découpage et pliage de reconstituer le volume

**Attention** : Les angles droits de l'objet réel ne sont pas tous représentés par des angles droits en perspective cavalière. Pour reconnaître des arêtes perpendiculaires il faut se représenter mentalement l'objet réel

#### 4) Volume- capacité

##### 1) Unité de volume

**Définition** : L'unité de volume est le « mètre cube » à savoir le volume d'un cube de 1m de côté

Les sous-multiples du mètre cube

|   |       |        |         |         |
|---|-------|--------|---------|---------|
|   | $m^3$ | $dm^3$ | $cm^3$  | $mm^3$  |
| $1 m^3 = 1000 dm^3$<br>$1 dm^3 = 1000 cm^3$<br>$1 cm^3 = 1000 mm^3$ | 1     | 0 0 0  | 1 0 0 0 | 1 0 0 0 |

Les multiples du mètre cube

|   |        |        |         |         |
|---|--------|--------|---------|---------|
|   | $km^3$ | $hm^3$ | $dam^3$ | $m^3$   |
| $1 m^3 = 1000 dm^3$<br>$1 dm^3 = 1000 cm^3$<br>$1 cm^3 = 1000 mm^3$ | 1      | 0 0 0  | 1 0 0 0 | 1 0 0 0 |

Pour passer d'une unité à une unité immédiatement voisine, il faut multiplier ou diviser par 1000, on peut aussi utiliser le tableau

##### 2) Unité de capacité

**Définition** : L'unité de capacité est le litre

|    |     |   |    |    |    |
|----|-----|---|----|----|----|
| hl | dal | l | dl | cl | ml |
|    |     | 1 | 0  |    |    |
|    |     | 1 | 0  | 0  |    |
| 0, | 0   | 1 |    |    |    |
|    | 0,  | 1 |    |    |    |
|    |     | 1 | 0  | 0  | 0  |

hectolitre (hl) : 100 L ou  $100 dm^3$  .  
 décalitre (dal) : 10 L ou  $10 dm^3$  .  
 décilitre (dl) : 0,1 L ou  $100 cm^3$  .  
 centilitre (cl) : 0,01 L ou  $10 cm^3$  .  
**1 millilitre (ml) : 0,001 L ou  $1 cm^3$  .**  
**1 litre (l) =  $1 dm^3$**

### 3) Volume d'un parallélépipède

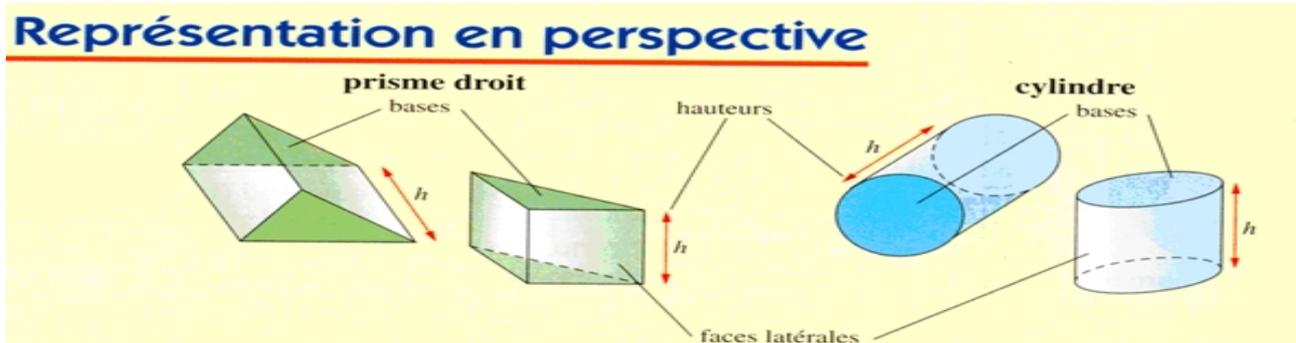
**Définition :** Le volume d'un parallélépipède rectangle (pavé), ou d'un cube, se calcule en multipliant les trois dimensions de l'objet, exprimées dans la même unité de longueur

$$\mathcal{V} = L \times l \times h$$

$$\mathcal{V} = c \times c \times c = c^3$$

## II) Prismes - cylindres

### 1) Perspective cavalière



**Définition :** Un **prisme droit** est un solide composé de :

- 1) deux faces superposables de forme polygonale (triangle, parallélogramme..) appelées bases
- 2) de faces rectangulaires appelées faces latérales

Cas particulier

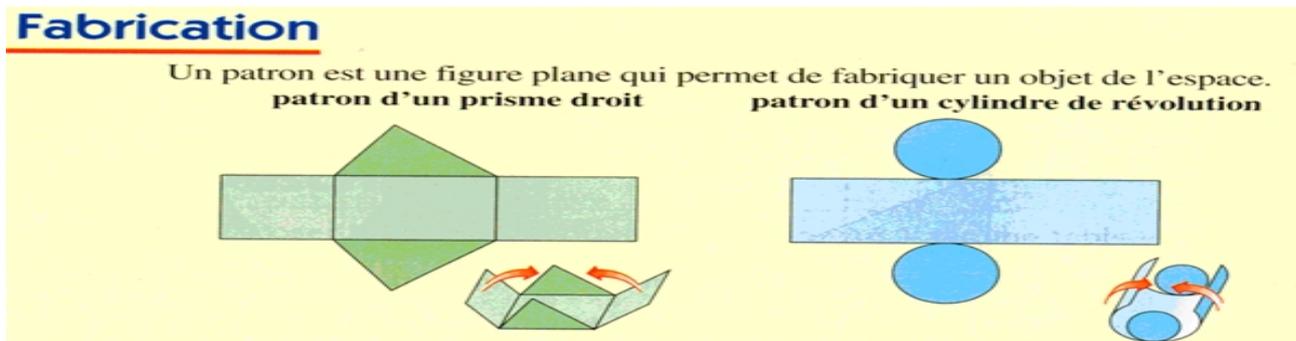
Un parallélépipède rectangle, un cube sont des prismes droits.

**Définition :** Un **cylindre de révolution** est un solide composé :

- 1) de deux faces superposables en forme de disque, les bases;
- 2) d'une face courbe, la face latérale, perpendiculaire aux bases.

Propriété : Les bases d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution, sont parallèles entre elles.

### 2) Patron



### 3) Aire latérale

**Définition :** Pour calculer **l'aire latérale** d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution, on multiplie le périmètre d'une base par la hauteur :  $\mathcal{A}_{\text{latérale}} = \mathcal{P}_{\text{base}} \times h$ .

### 4) Volume

**Définition :** Pour calculer le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution, on multiplie l'aire d'une base par la hauteur :  $\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$ .